

Über polarisierte Radiowellen,  
Korrelation und Polarimeter

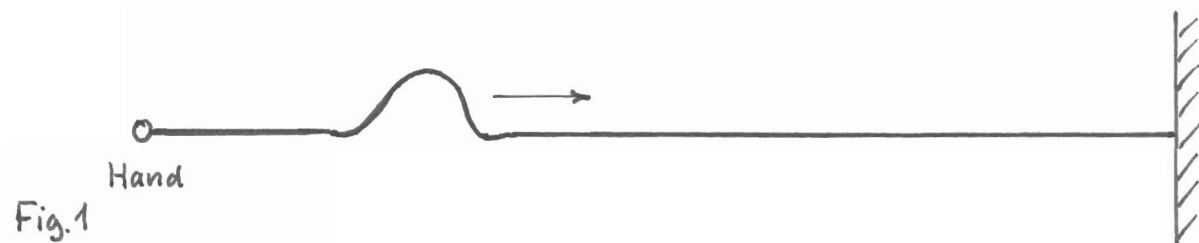
B.-H. Grahl

## Über polarisierte Radiowellen, Korrelation und Polarimeter

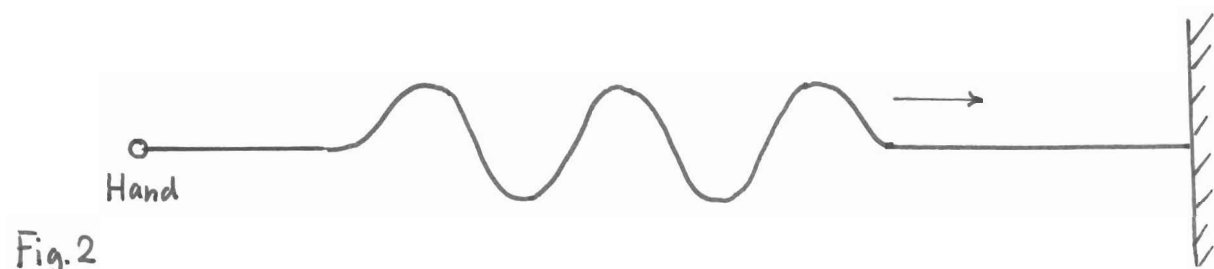
### Transversale Wellen und ihre Polarisation

Radiowellen, ebenso wie Lichtwellen, sind Wellenvorgänge im Raum und zwar Wellen, bei denen eine elektrische Schwingung quer (transversal) zur Fortpflanzungsrichtung stattfindet. Ein einfaches Modell für derartige Transversalwellen stellen Seilwellen dar. Sie geben eine anschauliche Vorstellung davon, welche Bewegungen bei der Ausbreitung einer Welle entlang einem Lichtstrahl oder Radiostrahl möglich sind, wobei die Querauslenkung des Seils ein Bild für elektrische Feldstärken gibt, für die wir sonst keine Anschauung haben.

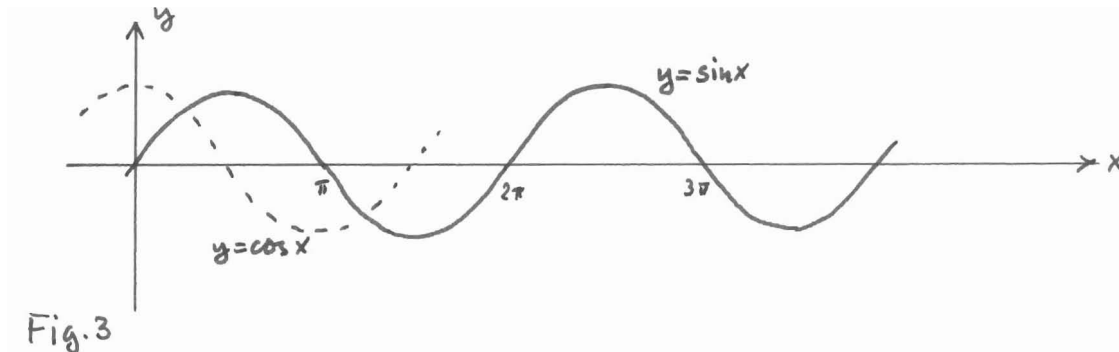
Man stelle sich ein langes Seil vor, das an einem Ende an der Wand befestigt ist und dessen anderes Ende man einigermaßen straff gespannt in der Hand hält. Jeder weiß, daß bei einer kurzen ruckartigen Aufwärtsbewegung der Hand ein Wellenbauch am Seil entlang zur Wand läuft (Fig. 1) der dann nach einer gewissen Zeit mit umgekehrter Auslenkungsrichtung zurückkehrt.



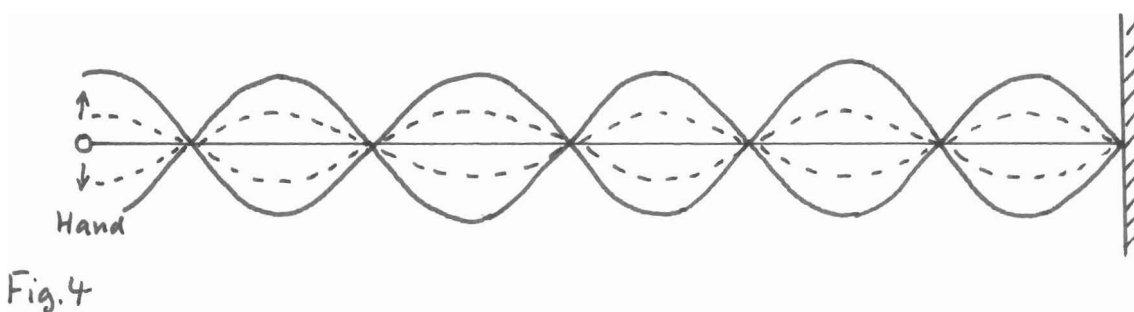
Führt man periodische Auf- und Abbewegungen aus, dann entstehen Wellenzüge, die im Bild schon wesentlich besser unserer Vorstellung von einer Welle entsprechen (Fig. 2)



Man ist versucht, die Handschwingung andauernd durchzuführen, um das zu erzeugen, was mathematisch durch die Sinus- bzw. Kosinusfunktion beschrieben wird. (Fig. 3)



Dabei kommt man aber sehr schnell mit der an der Wand reflektierten Welle in Konflikt, die sich mit der hinlaufenden Welle überlagert. (Solche Wellenüberlagerungen nennt man allgemein Interferenzen). Bei dieser Überlagerung entstehen sogenannte stehende Wellen. (Fig. 4) d.h. es scheint sich keine Erregung mehr längs dem Seil fortzubewegen. Derartige Wellen interessieren uns hier weniger, denn bei den von uns zu erklärenden elektrischen Wellen im Raum oder in Antennenleitungen sind Reflexionen und derartige Überlagerungen in der Regel unerwünscht.



Die elektrische Welle soll möglichst ungestört ihren Weg nehmen. Wir betrachten also zweckmäßig nur die Erzeugung kurzer Wellenzüge wie in Fig. 2 dargestellt, die übrigens bei natürlichen elektrischen Strahlungsquellen durchaus real entstehen.

Bisher gingen wir davon aus, daß die Hand nur vertikale Auf- und Abbewegungen durchführt. Ebenso kommen auch horizontale Bewegungen in Betracht oder schließlich kreisende Bewegungen, wodurch am Seil Spiralen entlang laufen. Dementsprechend unterscheidet man die Erzeugung von vertikal, horizontal und je nach Drehsinn links oder rechts zirkular polarisierten Wellen. Den allgemeinsten Fall hat man schließlich bei elliptischen Bewegungen.

Man kann sich weiter vorstellen, daß das Seil zwischen Hand und Wand durch einen Schlitz geführt wird, der nur vertikale Bewegungen des Seils zuläßt. Bei beliebiger Anregung von Seilwellen werden durch diesen Schlitz stets nur vertikale Wellen zur Wand laufen. Wir haben damit einen linearen Polarisator für die Seilwellen. Zwei gekreuzte derartige Schlitze werden von keiner Seilwelle durchlaufen. Man kann mit zwei Polaroidsonnenbrillen ein entsprechendes Experiment mit Lichtwellen durchführen. Bei diesen Brillen wird gereckte Kunststofffolie verwendet, die für das Licht ganz wie ein Schlitz für Seilwellen wirkt. Bei normaler Orientierung der Brille muß man sich diesen Schlitz (für die elektrische Feldstärke) vertikal vorstellen. Zwei geeignet gekreuzte Brillengläser lassen kein Licht durch. Eingeführt wurden Polaroidsonnenbrillen, weil sie besonders das an Wasserflächen gespiegelte Licht dämpfen, denn das ist zum großen Teil horizontal polarisiert. Sonst ist die Polarisation des Lichts im Alltag in der Regel weniger wichtig. Das hängt vor allem damit zusammen, daß die natürlichen Lichtwellen in der Regel unpolarisiert sind. Genauer gesagt heißt das, beim Licht schwankt die Richtung der momentanen Feldstärke, sie tanzt gewissermaßen um den Strahlweg herum. Entsprechendes gilt für Lichtempfänger, die auch keine unterschiedliche Empfindlichkeit für verschieden polarisiertes Licht haben.

Anders war die Situation bei der Entdeckung der Radiowellen. Schon der einfache Dipol ist eine linear polarisierte Strahlungsquelle, wobei die in ihm fließenden Ströme die dazu parallele Ausrichtung der elektrischen Feldstärke im Raum definieren. Auch als Empfangsantenne hat der Dipol eine besonders hohe Empfindlichkeit für Wellen die mit entsprechend gleich orientierter Feldstärke ankommen.

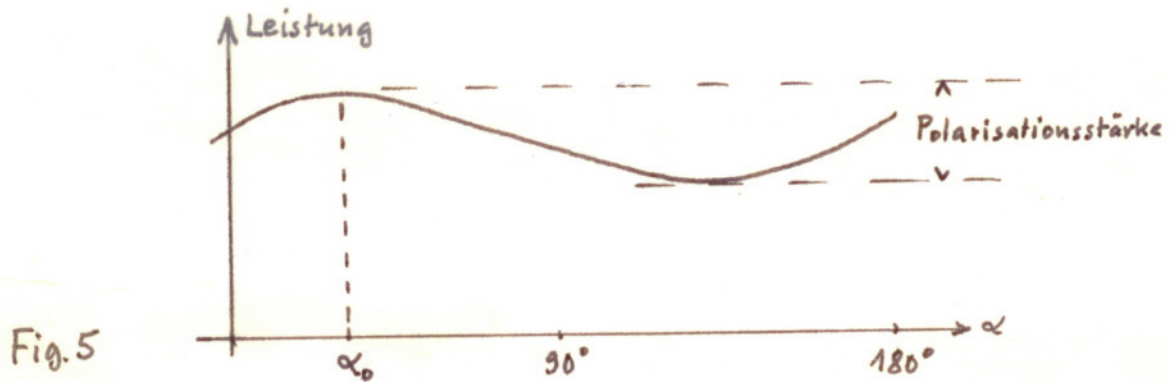


z.B. müssen Fernseh-Empfangsantennen entsprechend der in der Regel horizontalen elektrischen Polarisation auch mit horizontalen Dipolstäben montiert werden. Allgemein müssen bei linearer Polarisation die einander gegenüberstehenden Sende- und Empfangsantennen möglichst genau parallel polarisiert sein. Weichen die Polarisationsebenen um den Winkel  $\alpha$  voneinander ab, (verdreht man z.B. eine Yagi-Fernsehantenne um ihre Achse), so reduziert sich die Eingangsspannung am Empfänger um den Faktor  $\cos \alpha$  und die Eingangsleistung um  $\cos^2 \alpha$ . Bei  $\alpha = 90^\circ$ , also gekreuzter Orientierung von Sender und Empfänger hat man wieder den Fall der gekreuzten Schlitze bei Seilwellen. - Wie es für Radiowellen Strahler mit sehr genauer linearer Polarisation gibt, so kennt man auch Antennen für zirkuläre Polarisation (Wendelantennen, Spiralantennen oder Helix-Antennen). Zirkuläre Polarisation von Radiowellen findet in einer Reihe von Fällen Anwendung. Ein besonderer Vorteil liegt darin, daß bei zirkularer Polarisation keine Einhaltung einer Polarisationsebene erforderlich ist wie bei linearer Polarisation. Das ist z.B. bei Raumfahrzeugen von Interesse. Andererseits müssen Sende- und Empfangsantennen sorgsam hinsichtlich gleichem Drehsinn der Polarisation der Wellen ausgesucht werden.

Wie beim sichtbaren Licht ist die mit Radioteleskopen empfangene natürliche Strahlung in der Regel unpolarisiert, d.h. die Polarisationsrichtung schwankt statistisch, ähnlich wie auch die Empfangsleistung statistisch schwankt. Bei einer Reihe von Quellen ist die Strahlung zu einem (kleinen) Teil linear polarisiert<sup>1)</sup>. Gerade die Untersuchung dieser durch Magnetfelder verursachte Polarisation ist von besonderer Bedeutung und zwar interessiert sowohl die Richtung als auch die Stärke der Polarisation. Prinzipiell in einfacher Weise kann die lineare Polarisation gemessen werden, indem man eine linear polarisierte Empfangsantenne nimmt und das Empfangssystem um seine Achse dreht (Drehung der Empfängerbox). In Abhängigkeit vom Drehwinkel bekommt man, ähnlich wie bei der erwähnten Drehung der Fernsehantenne, eine Variation der Empfangsleistung. Da nur ein Teil der empfangenen Strahlung linear polarisiert ist, erhält man keinen Gang der Empfangsleistung mit  $\cos^2 \alpha$  sondern nur eine geringe Variation. Für keinen Winkel verschwindet die Empfangsleistung vollständig. (Siehe Fig. 5). Man kann aber aus dem Verlauf

1) Zirkuläre Polarisation von Quellen ist in der Radioastronomie seltener von Interesse.

der dargestellten Kurve auf Richtung  $\alpha$  und Stärke der Polarisation schließen. Da jedoch die Drehung des Systems in der Regel nur langsam erfolgen kann, entstehen bei diesem Verfahren Schwierigkeiten wegen der begrenzten Empfängerstabilität und der erforderlichen großen Meßzeit. Bessere Verfahren zur Polarisationsmessung in der Radioastronomie beruhen deshalb auf Mehrkanalmessungen und vermeiden notwendige Drehung des Empfängersystems.



### Lineare und zirkulare Polarisation bei elektrischen Wellen

Eine besondere Eigenschaft elektrischer Felder besteht darin, daß man sie überlagern kann, und daß sich an jedem Ort die elektrischen Feldstärken unter Berücksichtigung ihrer Richtung addieren. Hat man z.B. wie in Fig. 6 dargestellt, zwei aufeinander senkrecht stehende Feldstärken  $E_x$  und  $E_y$ , dann addieren diese sich zu der resultierenden Feldstärke  $E$ , die um den Winkel  $\beta$  aus der x-Richtung gedreht ist. Entsprechend der Definition der trigonometrischen Funktionen gilt:

$$E_x = E \cos \beta$$

$$E_y = E \sin \beta$$

Umgekehrt kann man dies auch so auffassen, daß die Feldstärke  $E$  in die beiden zueinander senkrechten Komponenten  $E_x$  und  $E_y$  zerlegt wird. Diese Addition oder auch umgekehrt Komponentenzersetzung gilt auch bei sich ändernden Feldstärken, wie es bei Schwingungen und Wellen der Fall ist.

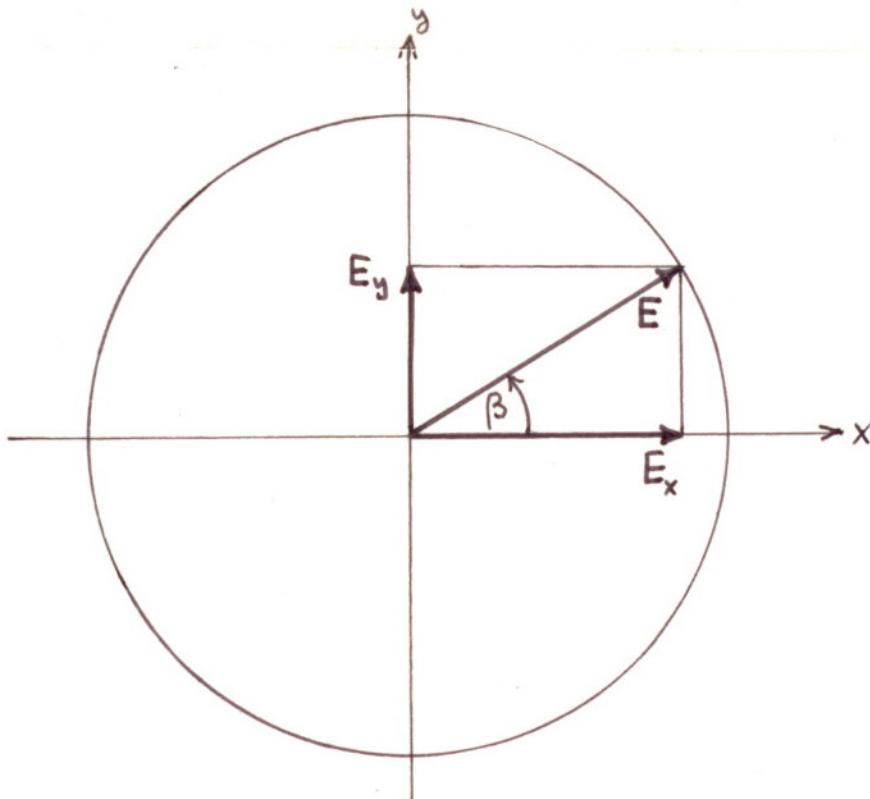


Fig. 6

Eine kreisförmige Bewegung oder Schwingung beschreibt die Feldstärke  $E$ , wenn der Winkel sich mit der Zeit  $T$  ändert:

$$\beta = \omega t$$

$\omega$  gibt die Drehgeschwindigkeit, die man auch als Kreisfrequenz bezeichnet. Bei Schwingungen gibt man sie nicht in Grad/sek sondern in Bogenmaß pro Sekunde ( $360^\circ$  entsprechen  $2\pi$ ) und hat folgenden Zusammenhang mit der Frequenz  $f$  :

$$\omega = 2\pi f$$

Für eine derartige kreisförmige Bewegung oder zirkuläre Schwingung hat man die Komponenten:

$$E_x = E \cos \omega t$$
$$E_y = E \sin \omega t$$

Da die Kosinusfunktion aus der Sinusfunktion nur durch einen Winkelversatz von  $90^\circ$  hervorgeht ( $\cos \beta = \sin(\beta + 90^\circ)$ ), kann man sagen, eine kreisförmige Schwingung entsteht durch Überlagerung von zwei um  $90^\circ$  (oder  $\pi/2$ ) in der Phase versetzter Schwingungen. Entsprechendes gilt für andere Punkte des Fortpflanzungswegs der Welle und so setzt sich eine zirkular polarisierte Welle ganz allgemein aus zwei zueinander senkrecht linear polarisierten Wellen zusammen, die gegeneinander um  $90^\circ$  in der Phase versetzt sind.

Genau umgekehrt kann man auch eine linear polarisierte Schwingung so verstehen, daß sie sich aus zwei gegenläufigen zirkulären Schwingungen zusammensetzt. Man kann sich das zwar auch anschaulich klarmachen, jedoch gibt die mathematische Ableitung mehr Information. Die links polarisierte Schwingung hat die beiden Komponenten:

$$E_{xL} = E \cos \omega t$$
$$E_{yL} = E \sin \omega t$$



Den umgekehrten Drehsinn hat man mit

$$E_{xR} = E \cos(-\omega t) = E \cos \omega t$$

$$E_{yR} = E \sin(-\omega t) = -E \sin \omega t$$

Faßt man die Komponenten der beiden Schwingungen zusammen, so bekommt man

$$E_x = E_{xL} + E_{xR} = 2E \cos \omega t$$

$$E_y = E_{yL} + E_{yR} = 0$$

d.h. die Schwingungen in y-Richtung kompensierten sich, die resultierende Schwingung ist damit linear polarisiert in x-Richtung.

Diese Überlegung kann man modifizieren, indem man eine zusätzliche Phasenverschiebung  $\gamma$  für eine der beiden zirkularen Schwingungen einführt.

Es sei dazu  $E_{xR}$  und  $E_{yR}$  wie oben angenommen jetzt aber

$$E_{xL}^* = E \cos(\omega t + \gamma)$$

$$E_{yL}^* = E \sin(\omega t + \gamma)$$

Faßt man die Komponenten der beiden Schwingungen nun wieder zusammen, so ist

$$E_x^* = E_{xL}^* + E_{xR} = E(\cos(\omega t + \gamma) + \cos \omega t)$$

$$E_y^* = E_{yL}^* + E_{yR} = E(\sin(\omega t + \gamma) - \sin \omega t)$$

Mit Benutzung der Formeln

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

erhält man dann

$$E_x^* = 2E \cos \frac{\gamma}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\gamma}{2} \right)$$

$$E_y^* = 2E \sin \frac{\gamma}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\gamma}{2} \right)$$

Das heißt, man hat nach der Überlagerung eine zusammengesetzte Schwingung deren x und y - Komponente sich nur durch die Schwingungsamplituden

$$2E \cos \frac{\gamma}{2} \quad \text{bzw.} \quad 2E \sin \frac{\gamma}{2}$$

unterscheiden die aber in Phase sind, da der zeitabhängige Teil  $\cos(\omega t + \frac{\gamma}{2})$  in beiden Fällen gleich ist. Damit hat man wieder eine linear polarisierte Schwingung in der x, y Ebene, nur ist die Schwingungsrichtung jetzt um den Winkel  $\frac{\gamma}{2}$  aus der x-Richtung gedreht. Übertragungen auf Wellen heißt das, daß eine Phasenverschiebung  $\gamma$  bei einer der beiden zirkular polarisierten Welle zu einer Drehung der Polarisationssebene um  $\frac{\gamma}{2}$  bei der durch Zusammensetzen entstehenden linear polarisierten Welle führt.

Dies Ergebnis ist für die Messung von linearer Polarisation deshalb so interessant, da umgekehrt aus der Messung der Phasenverschiebung der beiden zirkular polarisierten Komponenten auf die Lage der Polarisationssebene der linear polarisierten Welle geschlossen werden kann. Man benötigt dazu ein Empfangssystem, welches getrennt die Auswertung der beiden zirkular polarisierten Komponenten der Strahlung erlaubt und, das weiter erlaubt, deren gegenseitigen

Phasenunterschied zu messen. Letzteres ist bei der Untersuchung von Rauschen problematisch, da diese nicht als eine einfache Sinusschwingung zu verstehen ist. So kann man auch nicht ohne weiteres die Phasenbezeichnung von zwei Rauschspannungen zur Anzeige bringen. Dies gelingt jedoch durch Untersuchung ihrer Korrelation. Hiervon handeln die nächsten Abschnitte.

## Korrelation

Bei der Auswertung von zwei Prozessen, die miteinander verknüpft erscheinen, fragt der Statistiker nach dem statistischen Zusammenhang, der mit Korrelation bezeichnet wird. So kann man z.B. nach der Korrelation zwischen der Arbeitslosenquote und der Geburtenhäufigkeit fragen. (Man kann auch den statistischen Zusammenhang eines Prozesses mit sich selbst untersuchen und damit z.B. jährliche Perioden ermitteln, dann spricht man von Autokorrelation!). Fig. 7 und Fig. 8 geben Beispiele für Paare  $x, y$  von statistischen Prozessen, deren Korrelation untersucht wird. Jeweils ist einmal der zeitliche Verlauf gezeigt und dann die Zuordnung der Punkte. Man meint, sich bei solchen Untersuchungen oft auf sein Auge verlassen zu können, indem man nur die Zeitkurven vergleicht. Wesentlich sicherer ist jedoch die Betrachtung der Zuordnung der Punkte. Die enge Gruppierung der Punkte um eine geneigte Gerade zeigt beim ersten Beispiel, daß offenbar ein Zusammenhang der Prozesse  $x$  und  $y$  besteht. Ganz anders ist es beim zweiten Beispiel, hier deutet die weite Streuung der Punkte an, daß offenbar kein statistischer Zusammenhang zwischen den beiden Prozessen besteht (obwohl die Zeitkurven teilweise parallel zu laufen scheinen). Eine Maßzahl für die jeweilige Situation ist der sogenannte Korrelations-Koeffizient  $r$ . Man berechnet ihn im Wesentlichen durch Bildung der Summe der Produkte der  $n$  einander zugeordneten Wertpaare  $x_i$  und  $y_i$ :

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i$$

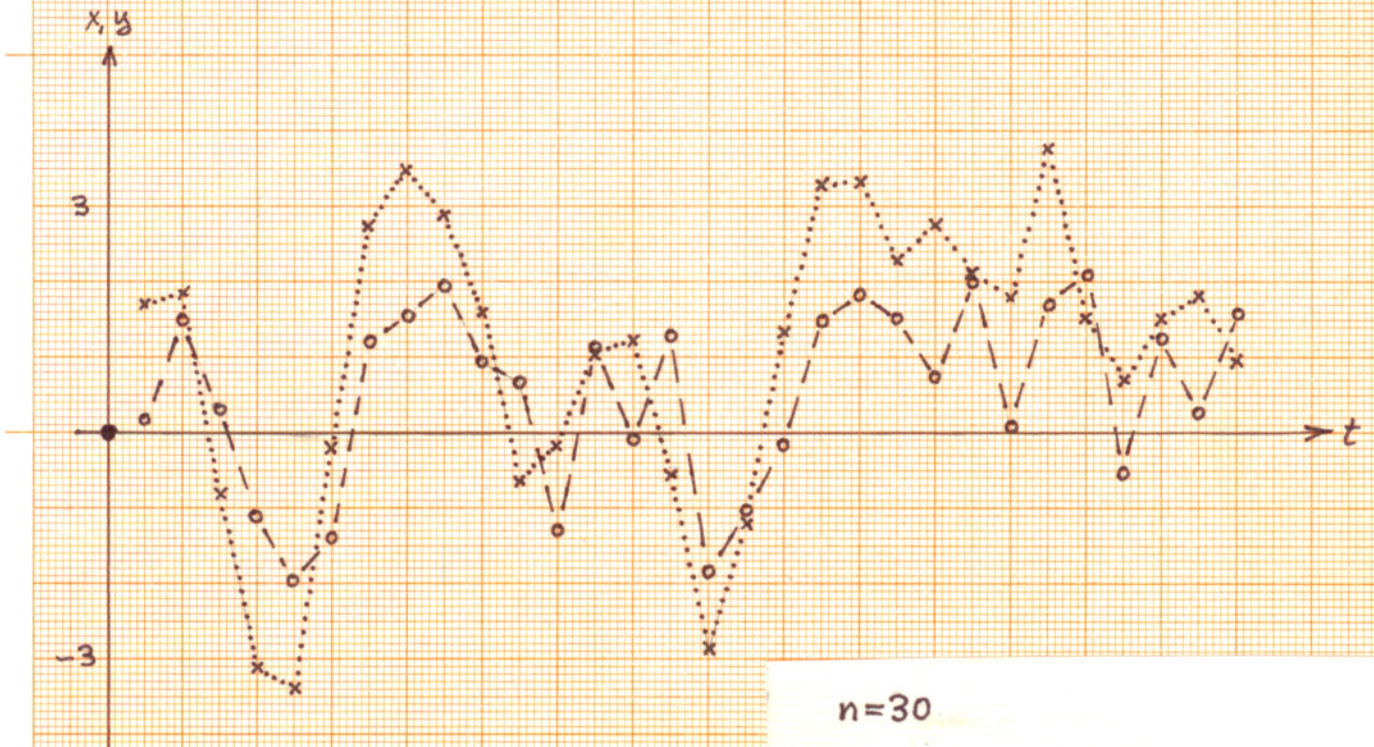
Die vollständige Formel lautet

$$r = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Wobei noch die beiden Mittelwerte

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$





$n=30$   
 $\bar{x}=0.52$        $\bar{y}=1.02$   
 $\sigma_x=1.20$        $\sigma_y=1.89$   
 $r=0.78$

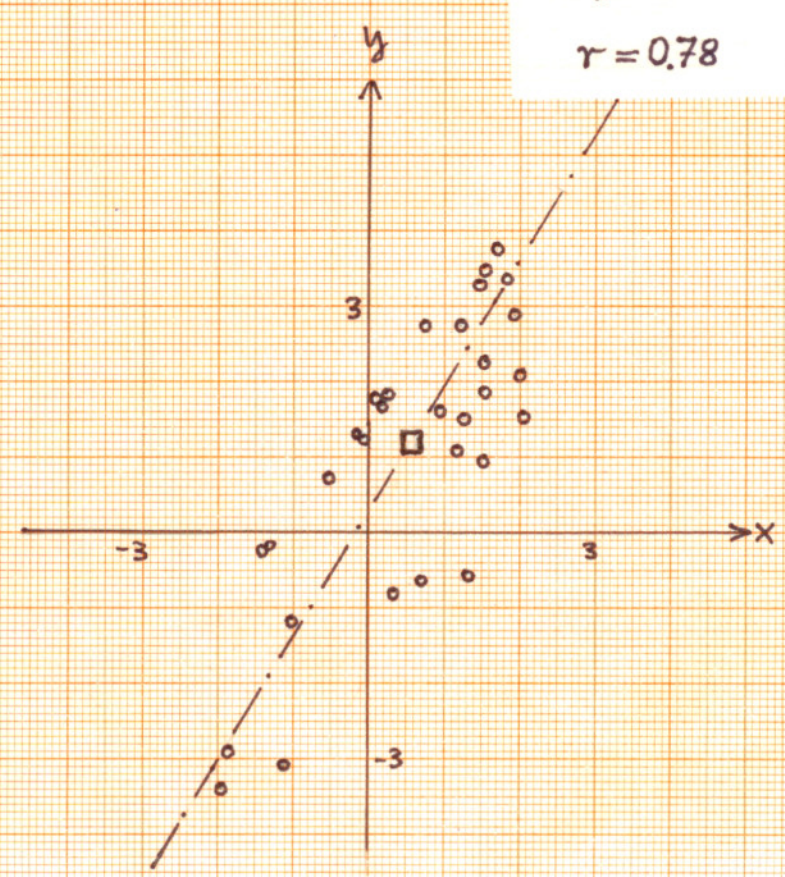
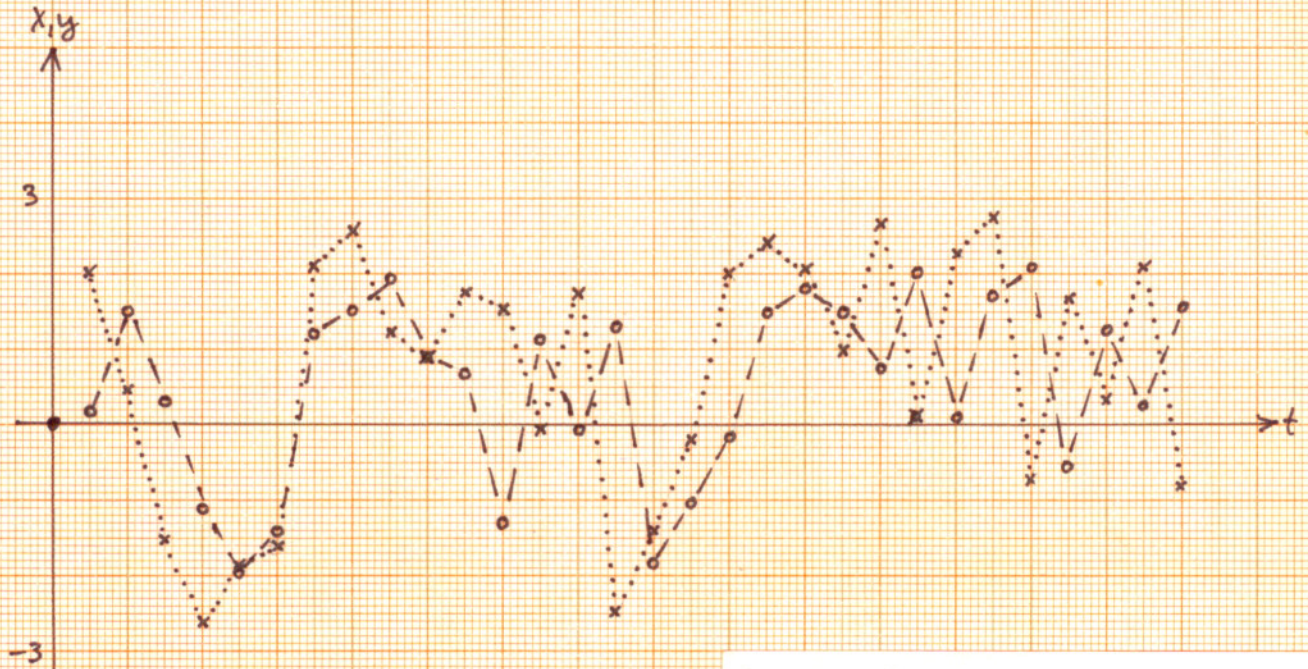


Fig. 7: Beispiel für die starke Korrelation von statistischen Prozessen





$n=30$   
 $\bar{x}=0.52$        $\bar{y}=0.66$   
 $\sigma_x=1.20$        $\sigma_y=1.62$   
 $r=0.23$

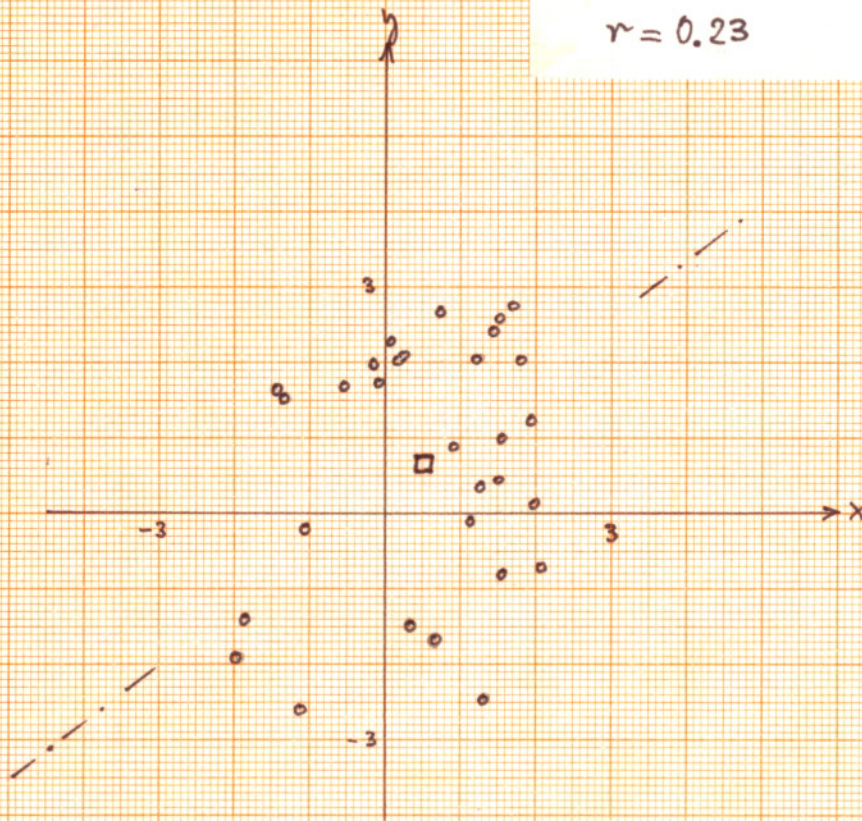


Fig. 8: Beispiel für die schwache Korrelation von statistischen Prozessen



und die Streuung der beiden Größen  $x$  und  $y$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

eingeführt sind. Wenn die Korrelation stark ist, liegt der Korrelations-Koeffizient im Betrag nahe bei 1. Unter 0,5 sagt man, es besteht keine Korrelation.

Eine solche Korrelationsanalyse kann man auch auf zwei beliebige zeitabhängige elektrische Rauschspannungen  $x(t)$ ,  $y(t)$  anwenden. Ist der Gleichspannungsanteil Null, dann sind die Mittelwerte  $\bar{x} = 0$ ,  $\bar{y} = 0$ . Die Streuungen stellen dann die gemittelten Effektivwerte der beiden Rauschspannungen dar.

Technisch geht das so vor sich, daß man die beiden Rauschspannungen  $x(t)$  und  $y(t)$  einer Schaltung zuführt, die es erlaubt, das Produkt der beiden Spannungen zu bilden und dieses mittelt man dann über eine ausreichend lange Integrationszeit. Für das Ergebnis schreibt man symbolisch  $\langle x(t) y(t) \rangle$  <sup>1)</sup> wobei die spitzen Klammern für die zeitlichen Mittelungen stehen. Von besonderer Bedeutung ist, daß Rauschspannungen, die von unabhängigen physikalischen Prozessen herrühren unkorreliert sind, d.h. dann ist  $\langle x(t) y(t) \rangle = 0$  (Grenzwert für  $\tau \rightarrow \infty$ )

1) mathematisch ausführlicher schreibt man für diese Mittelung des Produkts der beiden Zeitfunktionen:

$$\langle x(t) y(t) \rangle = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} x(t) y(t) dt$$

Beispiele zur Bedeutung der Korrelation bei Radiometern

Physikalisch unabhängig ist z.B. das Rauschen  $U_R(t)$  eines Radiometerverstärkers von dem Rauschen der Antenne  $U_A(t)$  Siehe Fig. 9!

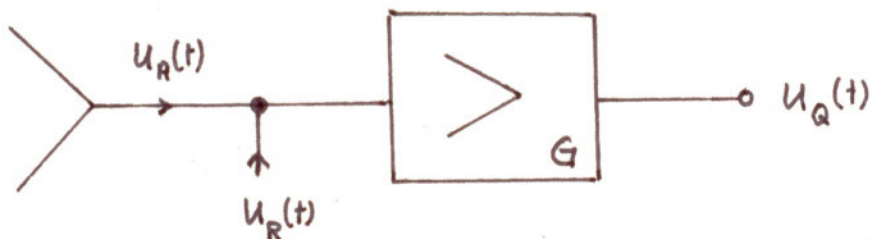


Fig. 9

Die beiden Eingangsspannungen sollen sich addieren:

$$U_A(t) + U_R(t)$$

und werden in dem Verstärker mit der Verstärkung  $G$  und quadratischer Ausgangskennlinie verstärkt:

$$\begin{aligned} U_Q(t) &= G (U_A(t) + U_R(t))^2 \\ &= G (U_A(t)^2 + 2U_A(t)U_R(t) + U_R(t)^2) \end{aligned}$$

Führt man nun die für den Korrelator typische zeitliche Mittelung ein, dann wird wegen  $\langle U_A(t) U_R(t) \rangle = 0$  :

$$\langle U_Q(t) \rangle = G (\langle U_A(t)^2 \rangle + \langle U_R(t)^2 \rangle)$$

Da die elektrische Leistung proportional dem Quadrat der Spannung ist, steht in der Klammer (abgesehen von geeigneten Umrechnungsfaktoren) die Summe von Antennenrauschleistung und Empfängerrauschleistung. D.h. bei unkorrelierten Rauschbeiträgen hat man statt der Addition von Spannungen die Addition von Leistungen zu betrachten.

Ein anderes Beispiel aus der Radioastronomie ist ein Radiometer mit einem Zweikanalsystem mit nachgeschaltetem Korrelator Siehe Fig. 10 !

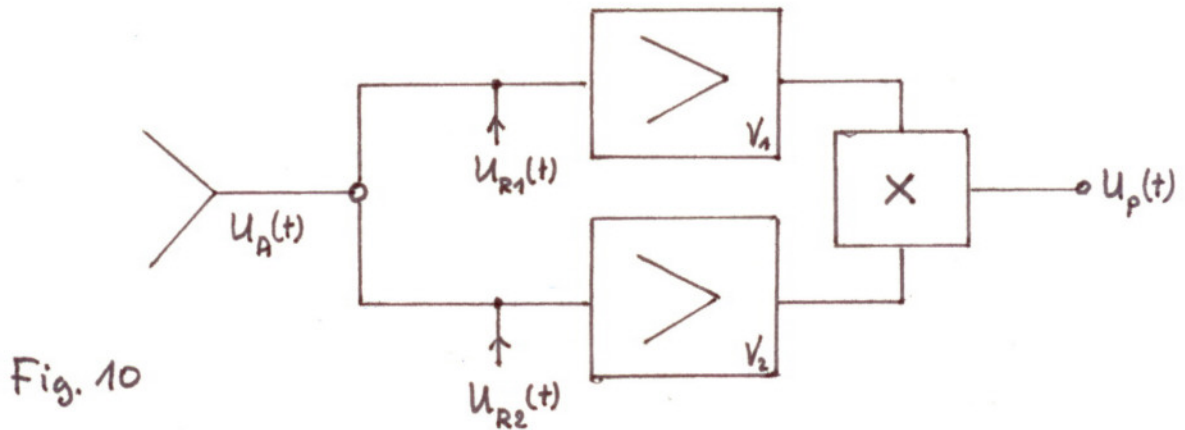


Fig. 10

Die Antennenrauschleistung wird je zur Hälfte (Halbe Leistung  $\hat{=}$  Spannung/  $\sqrt{2}$  !) einem Empfängerkanal mit dem Eingangsrauschen  $U_{R1}(t)$  und  $U_{R2}(t)$  zugeführt, so hat man

$$\frac{1}{\sqrt{2}} U_A(t) + U_{R1}(t) \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} U_A(t) + U_{R2}(t)$$

Nach Verstärkung erhält man am Ausgang des Multiplizierers:

$$U_p(t) = V_1 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} U_A(t) + U_{R1}(t) \right) \cdot V_2 \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} U_A(t) + U_{R2}(t) \right)$$

Multipliziert man aus und bildet man das zeitliche Mittel mit Berücksichtigung, daß

$$\langle U_A(t) U_{R1}(t) \rangle = 0 ; \quad \langle U_A(t) U_{R2}(t) \rangle = 0 ; \quad \langle U_{R1}(t) U_{R2}(t) \rangle = 0$$

dann erhält man:

$$\langle U_p(t) \rangle = V_1 V_2 \cdot \frac{1}{2} \langle U_A(t)^2 \rangle$$

Hierin erscheinen  $U_{R1}$  und  $U_{R2}$  nicht mehr, der Korrelator bewirkt also eine automatische "Kompensation" des Empfängerrauschpegels. (Anm.: Die entsprechenden Schwankungsbeiträge gehen jedoch leider nicht verloren!)



Dieses zweite Beispiel setzt in der Praxis voraus, daß die beiden Verstärker nicht hinsichtlich der Beträge ihrer Spannungsverstärkungen  $V_1$ ,  $V_2$ , wohl aber hinsichtlich der Übertragung der Zeitabhängigkeit des Rauschens vollständig gleich sind. Diese Bedingung ist schwer zu erfüllen. Speziell, wenn die beiden Verstärker Superhet-Empfänger sind, d.h., wenn eine Frequenzumsetzung mit einem oder mehreren Oszillatoren erfolgt, sind nicht nur gleiche Frequenzen, sondern auch gleiche Phasen der Ansteuerung für beide Empfänger erforderlich. In welcher Weise die Phase des Rauschsignals bei Korrelation eine Rolle spielt, wird im nächsten Abschnitt deutlich werden. In der Praxis der Radioastronomie hat dieses Verfahren der "Rauschkompensation" bei Zweikanalempfängern eine ähnlich große Bedeutung wie das Dicke-Verfahren bei Einkanalempfängern. Einige weitere Erläuterungen hierzu bringt auch noch der nächste Abschnitt.

### Korrelation bei schmalbandigem Rauschen

Bei der Behandlung der Korrelation im vorhergehenden Abschnitt wurden nur zeitliche Mittelwerte gebildet, ohne daß irgendeine Annahme über den zeitlichen Verlauf (d.h. über die Autokorrelation!) gemacht wurde. Tatsächlich hat man es bei Radioastronomieempfängern bei der Signalauswertung nicht mit einem beliebigen Schwankungsprozeß zu tun, bei dem alle Schwankungsperioden gleich wahrscheinlich sind (weißes Rauschen), sondern aus dem Rauschspektrum wird ein Frequenzbereich herausgefiltert, der mehr oder weniger schmalbandig ist. Die Betrachtung ist nicht wesentlich von der Bandbreite abhängig, jedoch wird jedem einsichtig, daß bei der Filterung des Rauschens durch ein schmalbandiges Filter am Ausgang fast nur die Sinusspannung einer bestimmten Frequenz auftreten kann (Fig. 11a) die allerdings in der Amplitude und auch, entsprechend der Bandbreite des Filters, in der Frequenz- bzw. besser - in der Phase schwankt.

Zum Vergleich zeigt Fig 11b eine Sinusspannung mit konstanter Frequenz  $\omega_0$  und (starker) Variation der Amplitude  $U(t)$  :

$$x(t) = U(t) \sin \omega_0 t$$

wobei im Beispiel die Funktion  $U(t)$ , die der gestrichelten einhüllenden Kurve entspricht, wieder eine Sinusfunktion niedrigerer Frequenz ist. Weiter zeigt Fig. 11 c eine Sinusspannung mit konstanter Amplitude und veränderlicher Phase  $\varphi(t)$  :

$$x(t) = U \sin(\omega_0 t + \varphi(t))$$

Die Phase variiert in dem Beispiel sinusförmig, wodurch die Nulldurchgänge von  $x(t)$  periodisch zeitlich verschoben werden.



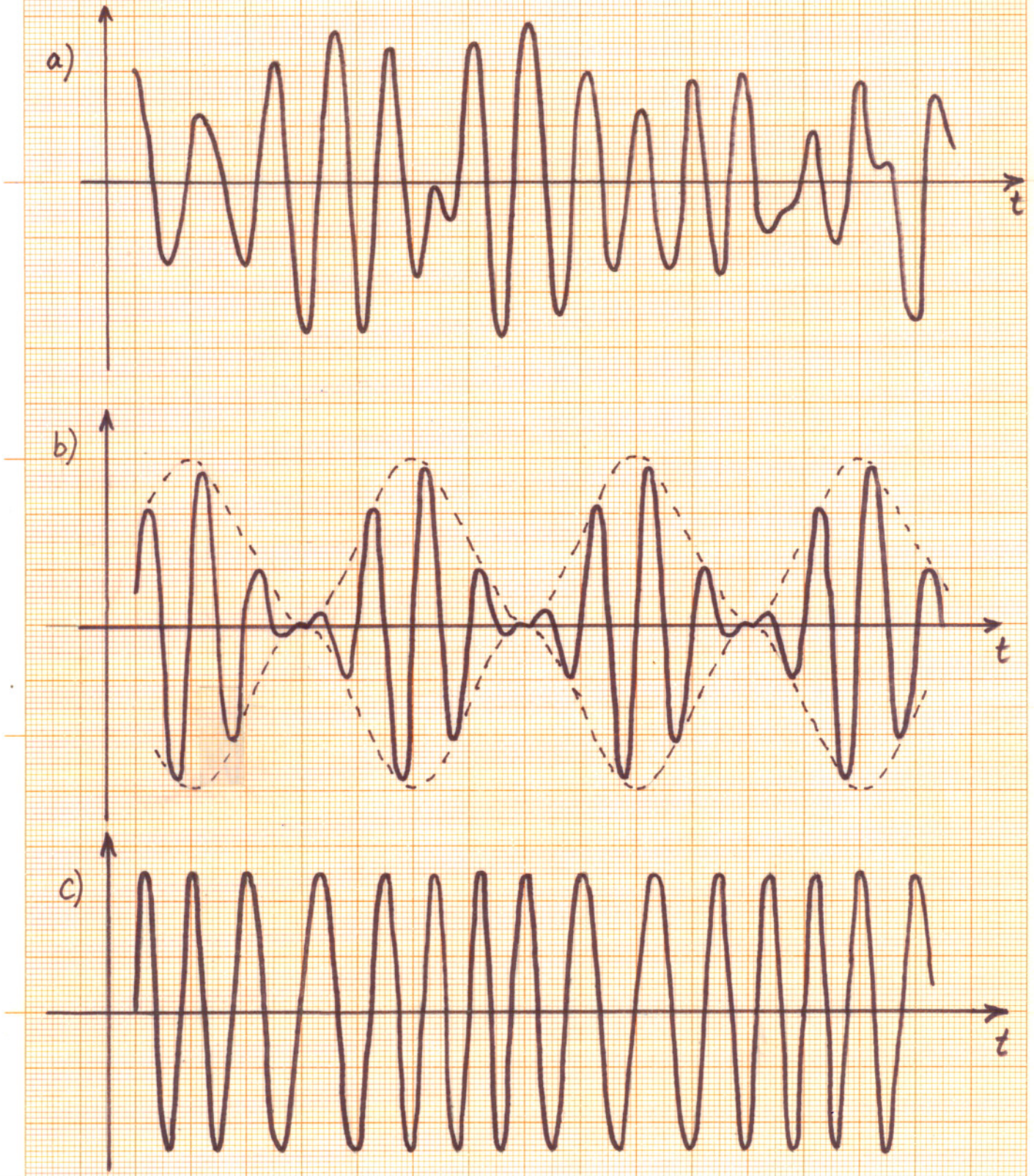


Fig. 11 Vergleich von statistisch schwankender Wechselspannung (a) mit amplituden (b) bzw. phasenmodulierter (c) Wechselspannung



Allgemein kann man eine schmalbandige Rauschfunktion, wie sie in Fig. 11 a dargestellt ist, beschreiben durch

$$x(t) = u(t) \sin(\omega_0 t + \varphi(t))$$

wobei die Amplitude der Sinusfunktion  $u(t)$  und auch ihre Phase  $\varphi(t)$  beide langsame statistische Prozesse darstellen.

Wenn den Radioastronomen nur die Rauschleistung interessiert, dann bestimmt er nur die Amplitude der Rauschschwankungen oder genauer

$$\langle u(t)^2 \rangle$$

d.h. den quadratischen zeitlichen Mittelwert.

Von besonderer Bedeutung ist die Ableitung der Korrelation von zwei derartigen (schmalbandigen) Rauschspannungen:

$$x_1(t) = u_1(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_1(t))$$

$$x_2(t) = u_2(t) \sin(\omega_0 t + \varphi_2(t))$$

Ohne besondere Ableitung wird hier angegeben:

$$\langle x_1(t) x_2(t) \rangle = \frac{1}{2} \langle u_1(t) u_2(t) \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle$$

Natürlich gilt weiter für unkorrelierte Rauschspannungen:

$$\langle x_1(t) x_2(t) \rangle = 0$$

Diese Darstellung läßt zu, eine Phasenverschiebung der beiden korrelierten Signale zu berücksichtigen.

Maximale Werte der Korrelation erhält man jedenfalls, wenn im Mittel die Phasendifferenz der beiden Ausgangssignale  $\varphi_1(t) - \varphi_2(t)$  verschwindet, dann ist  $\langle \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle = 1$

Die in Effelsberg verwendeten Korrelatoren heißen im Hinblick auf ihren Einsatz bei Polarisationsmessungen Polarimeter. Diese Geräte haben jedoch noch einen zweiten Korrelatorausgang. Dem zweiten Korrelator wird das eine der beiden Signale  $X_2(t)$  mit einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$  bzw.  $\frac{\pi}{2}$  zugeführt und mit  $X_2^*(t)$  bezeichnet, weil  $\varphi_2(t)$  durch  $\varphi_2(t) + \frac{\pi}{2}$  ersetzt ist. Man hat an dem zweiten Korrelator:

$$\begin{aligned} \langle X_1(t) X_2^*(t) \rangle &= \frac{1}{2} \langle U_1(t) U_2(t) \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t) - \frac{\pi}{2}) \rangle \\ &= \frac{1}{2} \langle U_1(t) U_2(t) \sin(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle \end{aligned}$$

Wegen des Auftretens des Sinus der Phasendifferenz nennt man diesen Korrelator den Sinuskanal zum Unterschied von dem zuerst beschriebenen Kosinuskanal bei dem der Kosinus der Phasendifferenz maßgeblich ist. Da der Sinuskanal immer dann gerade ein Ausgangssignal Null liefert, wenn das Signal im Kosinuskanal ein Maximum erreicht, kann er gut zum Abgleich des Systems auf Phasendifferenz Null benutzt werden. Das ist besonders wichtig, wenn in Effelsberg das Polarimeter in Verbindung mit einem Zweikanalempfänger als Radiometer benutzt wird. Ausgewertet wird dann bei Radiometermessungen nur der Kosinuskanal.

Anders ist es bei dem Einsatz eines Polarimeters für Polarisationsmessungen. Auch hierbei erfolgt ein entsprechender Phasenabgleich (z. B. so, daß im Sinuskanal das Kalibrationssignal verschwindet), jedoch werden dann bei den eigentlichen Messungen beide Kanäle ausgewertet. Aus dem Verhältnis der beiden Signale kann man (bei gleicher Verstärkung) auf den Kotangens der Phasendifferenz schließen:

$$\frac{\langle X_1(t) X_2(t) \rangle}{\langle X_1(t) X_2^*(t) \rangle} = \frac{\langle U_1(t) U_2(t) \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle}{\langle U_1(t) U_2(t) \sin(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle} \sim \langle \operatorname{ctg}(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle \quad 1)$$

Das heißt, bei korrelierten Rauschspannungen  $X_1(t)$  und  $X_2(t)$  erlaubt die Auswertung der beiden Korrelatorausgänge die Bestimmung der mittleren Phasenverschiebung  $\langle \varphi_1(t) - \varphi_2(t) \rangle$  der beiden Rauschspannungen. Da im zweiten Abschnitt gezeigt wurde, wie Phasenmessungen zur Bestimmung der Polarisationssebene benutzt werden können, dürfte im Prinzip die Einsatzmöglichkeit eines Doppelkorrelators als Polarimeter klar sein.

1) stark vereinfacht!



## Zusammenfassung zu den vorangehenden Abschnitten

Radiowellen sind transversale Wellen, d.h. die elektrische Feldstärke ist zur Ausbreitungsrichtung senkrecht ausgerichtet. Bei natürlichen Strahlungsprozessen ist diese Ausrichtung nicht definiert sondern schwankend. In der Radioastronomie interessiert besonders, daß bei einigen Quellen eine Vorzugsrichtung existiert, d.h. in geringem Maße ist die Strahlung linear polarisiert. Diese Vorzugsrichtung läßt sich durch Messung der Leistung als Funktion des Drehwinkels bestimmen, jedoch gelingt es schneller und mit besserer Genauigkeit mit einem Zweikanalempfänger, dem ein Polarimeter nachgeschaltet ist. Das Polarimeter ist ein Korrelator, in ihm wird das Produkt von zwei Rauschspannungen gebildet. Vorteilhaft hierbei ist, daß bei einem solchen Korrelator eine Art automatische Kompensation nicht korrelierter Rauschbeiträge erfolgt. Deshalb kann ein solcher Korrelator auch vorteilhaft bei Zweikanalempfängern als Radiometer verwendet werden. Weiter jedoch kann man mit einem Korrelator die Phasenverschiebung zweier korrelierter Rauschspannungen bestimmen. z.B. ist das von großer Bedeutung bei Interferometersystemen wo die Korrelation der Signale von verschiedenen Antennen untersucht wird. Für Polarisationsmessungen kann die Phasenmessung deshalb eingesetzt werden, weil linear polarisierte Strahlung in eine links- und eine rechtszirkular polarisierte Komponente aufgespalten werden kann, wobei deren Phasenverschiebung durch die Polarisationsrichtung der linear polarisierten Welle bestimmt ist.

## Stokes Parameter

Im Zusammenhang mit Polarisationsmessungen werden häufig die sogenannten Stokes-Parameter benutzt, die eine gute Beschreibung der Polarisation der Strahlung erlauben. Eine eingehende Erläuterung findet man z.B. in dem Buch "Radioastronomy" von Kraus. Hier sei nur soviel erläutert, wie im Zusammenhang mit dem Vorangehenden von Bedeutung ist.

Die vier Stokes-Parameter werden in der Regel mit den Buchstaben I, Q, U, V, bezeichnet. Hierbei ist I ein Maß für die gesamte ankommende Strahlungsleistung beliebiger Polarisation, während die übrigen Parameter etwas über Art und Grad der Polarisation aussagen. Speziell gibt V ein Maß für die insgesamt vorhandene zirkulare Polarisation. Da in dieser Ausarbeitung davon ausgegangen wird, daß bei der ankommenden Strahlung keine zirkulare Polarisation auftritt, ist  $V = 0$ . (Man darf sich hierbei nicht davon irritieren lassen, daß erläutert wurde, wie eine linear polarisierte Welle in zwei zirkular polarisierte Komponenten zerlegt wurde. Da beide Komponenten gegenläufig waren und gleiche Amplitude hatten, ändert das nichts daran, daß für die ankommende Welle  $V = 0$  ist). Die beiden Stokes-Parameter Q und U geben die Leistung der linear polarisierten Strahlung mit Berücksichtigung des Polarisationswinkels (dessen Nullpunkt allerdings einer geeigneten Definition bedarf). Es ist

$$Q = S_p \cos 2\tau$$

$$U = S_p \sin 2\tau$$

$S_p$  ist die Leistung des linear polarisierten Anteils der Strahlung und  $\tau$  der Polarisationswinkel (Bezeichnung wie bei Kraus!).

Wie hier nicht weiter abgeleitet werden soll, gilt bei verschwindender zirkularer Polarisation, daß die Auswertung der beiden gegenläufigen zirkular polarisierten Komponenten der Feldstärke  $E_L$ ,  $E_R$  genau die Bestimmung der Stokes-Parameter Q und U erlaubt und zwar liefert der Kosinuskanal des Polarimeters den Parameter Q und der Sinuskanal den Parameter U, wobei zwischen Polarisationswinkel  $\tau$  und

gemessener Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  die Bezeichnung gilt

$$\Delta\varphi = 2\tau$$

$$\left( \begin{array}{l} \text{Phasenverschiebung der} \\ \text{zirkular polarisierten} \\ \text{Komponenten} \end{array} \right) = 2 \times \left( \begin{array}{l} \text{Polarisationswinkel der} \\ \text{linear polarisierten} \\ \text{Welle} \end{array} \right)$$

Was auch schon im zweiten Abschnitt gezeigt wurde.

Schließlich möchte der Radioastronom auch noch die Gesamtleistung  $I$  messen, die sich aus der Leistung der links und der rechts zirkular polarisierten Komponente zusammensetzt. Da beide Komponenten gleich groß sind, genügt es eine von beiden zu messen und zweckmäßig macht man das ebenfalls mit einem Zweikanalsystem und einem nachgeschalteten Korrelator.

Schematisch zeigt Fig. 12 ein entsprechendes Meßsystem.

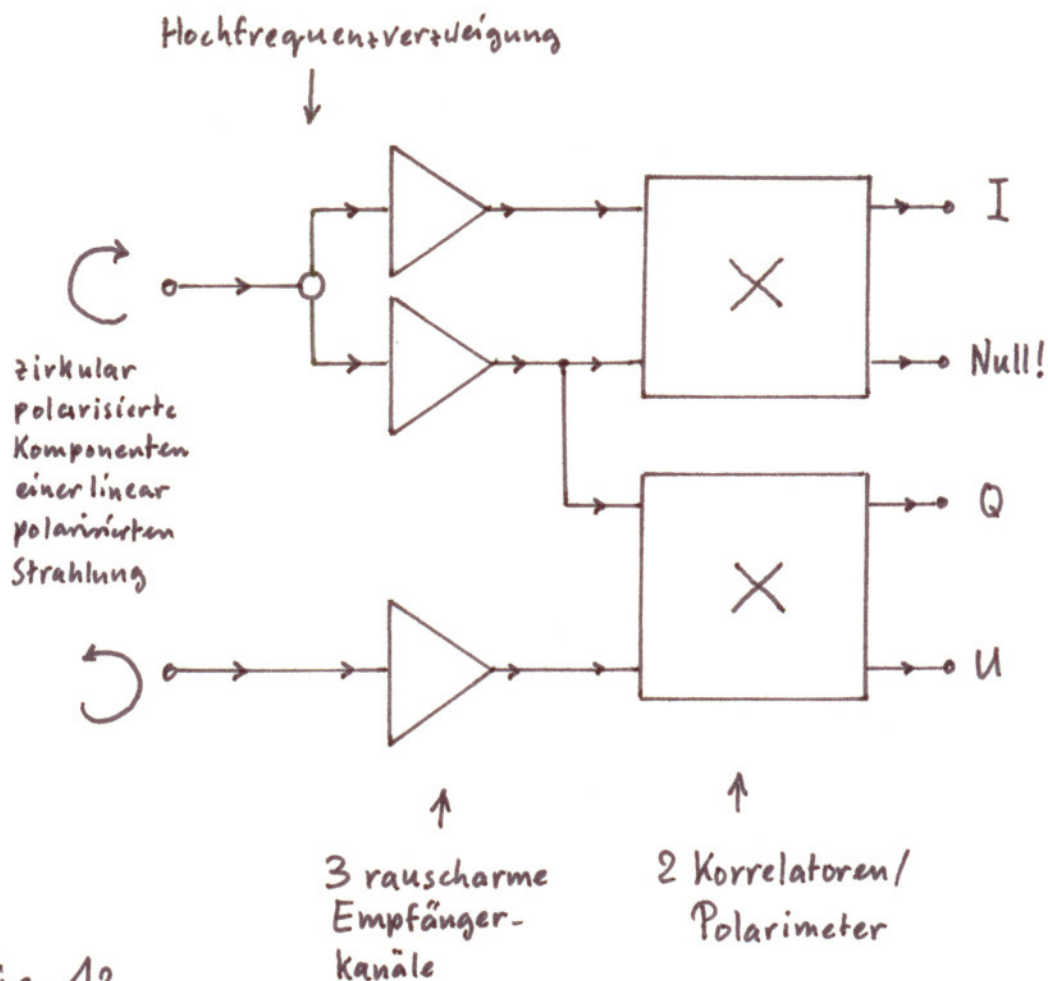


Fig. 12



Frequenzumsetzungen sind dabei nicht dargestellt, jedoch ist vorausgesetzt, daß diese so vorgenommen sind, daß die Verstärker gleichphasig sind. Ein derartiges System erfordert drei rauscharme Empfängerkanäle und wird deshalb in Effelsberg als 3-Kanal-Korrelationsempfänger bezeichnet.

## Polarisator - Viertelwellenlängenplatte

Bisher haben wir so getan, als liefere das Feed-System am Ausgang direkt die beiden zirkularen Komponenten der ankommenden linear polarisierten Strahlung. Tatsächlich sind die Möglichkeiten der Auskoppelung von Wellen aus Hohlleitern jedoch beschränkt, und es ist schwierig, zwei gegenläufig zirkular polarisierte Wellen direkt auszukoppeln, während es einfach ist, zwei aufeinander senkrecht stehend linear polarisierte Wellen auszukoppeln. Um dieses technische Problem zu vermeiden, verwendet man spezielle Polarisatoren, die - und nun besteht Gefahr der Verwirrung - zu jeder der beiden zirkularen Komponenten eine entsprechende linear polarisierte Komponente erzeugen und diese beiden Signale werden etwa dem Systemeingang in Fig. 12 zugeführt.

Der klassische Polarisator ist die sogenannte Viertelwellenlängenplatte. Die Bezeichnung stammt aus der Optik. Speziell z.B. Glimmerplättchen haben die Eigenschaft, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in diesem Material von der Polarisation des Lichtes abhängt. Bei geeigneter Orientierung wird dadurch von zwei auftreffenden linear polarisierten Wellen die gemäß Fig. 6 senkrecht zueinander polarisiert sind, die eine Komponente gegenüber der anderen um eine Viertelwellenlänge verzögert. An einem bestimmten Ort hinter der Platte bedeutet das eine Phasenverschiebung von  $90^\circ \cong \pi/2$  zwischen den beiden dort meßbaren Komponenten der Feldstärke. Sind die beiden ankommenden Komponenten  $E_x$ ,  $E_y$  in Phase, dann entsteht so eine zirkular polarisierte Welle. Das gilt auch umgekehrt, eine zirkular polarisierte Welle wird durch den Polarisator in eine linear polarisierte Welle umgewandelt und bei Wechsel des Drehsinns der Eingangswelle springt die Ebene der Polarisation der Ausgangswelle um  $90^\circ$ .

Mit einem derartigen Polarisator ist man in der Lage, die Auskoppelung der gegenläufig zirkular polarisierten Komponenten zu umgehen, indem man die umgewandelten linear polarisierten Wellen auswertet. Man benutzt hierbei für Radiowellen keine Viertelwellenlängenplatten im freien Wellenfeld vor der Antenne sondern baut einen entsprechenden Polarisator in den Hohlleiter hinter das Speisehorn.

## Phasenschalter

Ein nicht einfach zu realisierendes Element beim Aufbau eines Korrelationsmeßsystems ist der Multiplizierer. Ähnlich wie es nur näherungsweise gelingt, Gleichrichter kennlinien für quadratische Gleichrichtung d. h. für exakte Leistungsanzeigen von Hochfrequenz zu bekommen, bestehen Schwierigkeiten bei der Realisierung eines exakten Multiplizierers für zwei Spannungen

$$X_1(t) X_2(t)$$

Speziell entstehen Fehler dadurch, daß zusätzlich quadratische Anteile der Eingangssignale entstehen. Man hat dann

$$X_1(t) X_2(t) + a X_1(t)^2 + b X_2(t)^2,$$

wobei die Faktoren  $a$  und  $b$  allerdings klein gegen eins sind. Um die so entstehenden Fehler zu vermeiden, wendet man den folgenden Trick an:

Man führt eine Doppelmessung durch und sorgt dafür, daß bei der zweiten Messung in beiden Polarimeterkanälen ein Phasensprung von  $180^\circ \hat{=} \pi$  eingeführt wird. Für den Kosinuskanal hat man dann:

$$\begin{aligned} \langle X_1(t) X_2(t) \rangle &= \frac{1}{2} \langle U_1(t) U_2(t) \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t) - \pi) \rangle \\ &= - \frac{1}{2} \langle U_1(t) U_2(t) \cos(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle \end{aligned}$$

und für den Sinuskanal:

$$\begin{aligned} \langle X_1(t) X_2^*(t) \rangle &= \frac{1}{2} \langle U_1(t) U_2(t) \sin(\varphi_1(t) - \varphi_2(t) - \pi) \rangle \\ &= - \frac{1}{2} \langle U_1(t) U_2(t) \sin(\varphi_1(t) - \varphi_2(t)) \rangle \end{aligned}$$

D. h. das Vorzeichen des Produktsignals kehrt sich in beiden Kanälen um. Dagegen ändert sich das Vorzeichen der unerwünschten quadratischen Beiträge  $\langle X_1(t)^2 \rangle$ ,  $\langle X_2(t)^2 \rangle$  nicht. Bildet man die Differenz der beiden Messungen, dann fallen diese Beiträge weg, während sich die Produktanteile wegen der Vorzeichenumkehr addieren.

Bei den Polarimetern die in Effelsberg zum Einsatz kommen ist ein Phasenschalter eingebaut, der eine periodische Umschaltung der Phase um  $180^\circ \hat{=} \pi$  erlaubt.



## Probleme bei Polarisations- und Korrelatormessungen

In dieser Ausarbeitung sind viele Dinge vereinfacht oder sogar stark vereinfacht dargestellt. Abschließend sollen noch einige Problembereiche kurz erwähnt werden.

### 1. Polarisationsorientierung bei astronomischen Objekten:

Durch die tägliche Erddrehung ändert sich ihre Polarisation relativ zum Teleskop. Bei Primärfokusbeobachtungen läßt sich das durch Drehung der Empfängerbox (Polarisationsnachführung) ausgleichen. Bei Messungen im Sekundärfokus kann dieser Effekt erst im Rahmen der Datenauswertung eliminiert werden.

### 2. Kreuzpolarisation bei der Antenne:

Bei Parabolantennen läßt sich nicht ganz vermeiden, daß die jeweils unerwünschte gekreuzt linear polarisierte Komponente einen gewissen Meßfehler verursacht. Er liegt in Effelsberg für die Hauptstrahlrichtung bei etwa 1%. Außerhalb der Hauptstrahlrichtung steigt dieser Effekt an.

### 3. Eichsignal:

Bei Polarisationsmessungen ist nicht nur die Stärke des Eichsignals von Bedeutung. Durch die Orientierung im Hohlleiterzug relativ zu den Signalauskopplungen definiert es auch die Bezugsrichtung für Polarisationsmessungen.

### 4. Entkopplungen im Eingangsteil:

Um sicherzustellen, daß das Empfängerrauschen der beiden Kanäle unkorreliert ist, müssen beide sorgsam entkoppelt sein, d.h. es darf kein Eigenrauschen von einem Kanal in den anderen übersprechen. Die Polarisationsweichen und Hochfrequenzverzweigung bedürfen der sorgsam Anpassung.

### 5. Laufzeit und Phase:

Der Phasenabgleich der Signale von zwei Kanälen gelingt mit Einstellung einer entsprechenden Phasendifferenz der beiden Oszillatorsignale. Falls zwischen den beiden Kanälen Laufzeitunterschiede der Signale auftreten, z.B. durch unterschiedliche Kabellängen, kann man das jedoch nur in erster Näherung durch Phasenabgleich kompensieren, denn bei breitbandigen Signalen wird ein Laufzeitunterschied zu unterschiedlichen Phasenverschiebungen bei den verschiedenen Frequenzen führen. Deshalb ist ein hinlänglich genauer Abgleich der Laufzeitdifferenzen erforderlich.

Das führt dazu, daß bei Korrelationsmeßsystemen im Bereich der Hoch- und Zwischenfrequenzen niemals mit leichter Hand Kabel gewechselt werden dürfen.